

## Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie III A LP

### Zakres rozszerzony

#### Kryteria

Znajomość pojęć, definicji, własności oraz wzorów objętych programem nauczania.	Umiejętność zastosowania wiedzy teoretycznej do rozwiązywania konkretnych zadań.	Czytanie ze zrozumieniem tekstu dotyczącego pojęć matematycznych.	Aktywność podczas lekcji.	Systematyczne przygotowywanie prac domowych, udział w ich omawianiu i poprawianiu.	Staranne prowadzenie zeszytu.
---	--	---	---------------------------	--	-------------------------------

#### Poziomy wymagań

Wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające (W). Poziomom wymagań odpowiadają następujące stopnie:

**K** – dopuszczający, **P** – dostateczny, **R** – dobry, **D** – bardzo dobry, **W** – celujący

Relacje pomiędzy wymaganiami:  $K \subset P \subset R \subset D \subset W$ .

#### Katalog wymagań programowych

##### 1. GEOMETRIA ANALITYCZNA

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na stopień dopuszczający (2) lub dostateczny (3) uczeń potrafi:**

- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej
- badać równoległość i prostopadłość prostych w postaci ogólnej
- zbadać wzajemne położenie dwóch prostych
- obliczyć odległość punktu od prostej
- wyznaczyć półpłaszczyznę opisaną za pomocą nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi
- sprawdzić położenie punktu względem półpłaszczyzny opisanej nierównością liniową i wykorzystać tę umiejętność do zaznaczania właściwej półpłaszczyzny
- rozwiązać graficznie układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi
- opisywać za pomocą nierówności liniowych wielokąty (na płaszczyźnie kartezjańskiej)

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na stopień dobry (4) lub bardzo dobry (5) uczeń potrafi:**

- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wyznaczyć równania dwusiecznych kątów utworzonych przez dwie dane proste
- wykorzystywać w zadaniach z geometrii analitycznej własności dwusiecznej kąta
- rozwiązać graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną
- rozwiązać problemowe zadanie z geometrii analitycznej z wykorzystaniem równań prostych

**Na poziomie wymagań wykraczających – na stopień celujący (6) uczeń potrafi:**

- wyprowadzić równanie rodziny prostych równoległych lub prostopadłych do danej prostej w postaci ogólnej
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane za pomocą nierówności stopnia drugiego
- rozwiązać graficznie układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną

## 2. FUNKCJA KWADRATOWA

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na stopień dopuszczający (2) lub dostateczny (3) uczeń potrafi:**

- określić własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
- wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale
- rozwiązać równanie kwadratowe niepełne ( $ax^2+bx=0$ ,  $ax^2+c=0$ ) metodą rozkładu na czynniki
- sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej
- wykorzystywać w prostych zadaniach wzory Viète'a
- rozwiązać nierówność kwadratową
- wykonać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych
- rozwiązać graficznie i rachunkowo układ równań: liniowego i kwadratowego
- wyznaczyć punkty wspólne paraboli i prostej
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania kwadratowego
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego
- zbadać dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań
- naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami
- znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie
- zilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiór rozwiązań nierówności typu  $y \geq ax^2+bx+c$  oraz wykonać działania na takich zbiorach
- zapisać równanie okręgu (nierówność opisującą koło) o danym środku i promieniu
- wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień
- wyznaczyć równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. przechodzącego przez trzy dane punkty
- zbadać wzajemne położenie okręgu i prostej
- wyznaczyć punkty wspólne okręgu i prostej
- zbadać wzajemne położenie dwóch okręgów
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu w punkcie należącym do tego okręgu

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na stopień dobry (4) lub bardzo dobry (5) uczeń potrafi:**

- przekształcić parabolę  $y=ax^2+bx+c$  przez symetrię względem prostej równoległej do osi  $x$  lub osi  $y$  układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do szukania ekstremów funkcji kwadratowej
- rozwiązać równanie kwadratowe z wartością bezwzględną
- rozwiązać nierówność kwadratową z wartością bezwzględną
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej
- rozwiązać zadanie z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète'a
- rozwiązać nierówność kwadratową z parametrem
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące równania okręgu
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu równoległych do danej prostej
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu prostopadłych do danej prostej
- wyznaczać obraz okręgu w przekształceniach na płaszczyźnie

**Na poziomie wymagań wykraczających – na stopień celujący (6) uczeń potrafi:**

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową i naszkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny
- sprowadzić na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do kanonicznej
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem

### 3. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na stopień dopuszczający (2) lub dostateczny (3) uczeń potrafi:**

- napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu
  - określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu
  - dobrać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe
  - stosować wzory na sześcian sumy i różnicy oraz na sumę i różnicę sześciąt
  - przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
  - wykonać działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów
  - odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej
  - rozłożyć wielomian na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
  - rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów
  - podzielić wielomian przez wielomian
  - zapisać wielomian w postaci  $W(x) = P(x)Q(x) + R(x)$ , znając  $W(x)$  i  $P(x)$
  - sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
  - stosować w prostych zadaniach twierdzenie Bézouta
  - rozłożyć wielomian na czynniki z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i twierdzenia Bézouta
  - określić krotność pierwiastka wielomianu
  - rozwiązać nierówność wielomianową metodą siatki znaków i metodą szkicowania wykresu
  - określić dziedzinę wyrażenia wymiernego
  - skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne
  - sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika
  - dodawać i odejmować wyrażenia wymierne
  - mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne
  - rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego
  - rozwiązać prostą nierówność wymierną
- $y = \frac{a}{x-p} + q$
- narysować wykres i podać własności funkcji
  - podać definicję funkcji homograficznej
  - wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych
  - rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy)

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na stopień dobry (4) lub bardzo dobry (5) uczeń potrafi:**

- podzielić wielomian przez dwumian przy użyciu schematu Hornera
- podać przykład wielomianu, znając np. jego miejsca zerowe i stopień
- rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych
- rozłożyć (w prostych przypadkach) na czynniki wielomiany niemające pierwiastków, np.:  
 $x^4 + 1$  czy  $x^4 + 5x^2 + 1$

- udowodnić twierdzenie Bézouta
- rozwiązać równanie wielomianowe z parametrem
- rozwiązać nierówność wielomianową z parametrem
- rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania wielomianowego stopnia 3. lub wyższego
- wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń
- rozwiązać nierówność wymierną prowadzącą do nierówności wielomianowej stopnia 3. lub wyższego
- rozwiązać równanie wymierne (nierówność wymierną) z wartością bezwzględną

- narysować wykres funkcji typu  $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

- sprowadzić funkcję homograficzną do postaci  $y = \frac{a}{x - p} + q$

**Na poziomie wymagań wykraczających – na stopień celujący (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu (współczynnikach całkowitych)
- wyznaczyć resztę z dzielenia wielomianu przez iloczyn wielomianów, znając reszty z dzielenia tego wielomianu przez poszczególne czynniki
- rozwiązać zadania z parametrami dotyczące pierwiastków wielokrotnych
- rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną oraz opisywać własności tych funkcji

#### 4. FUNKCJE, RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na stopień dopuszczający (2) lub dostateczny (3) uczeń potrafi:**

- wykonywać działania na potęgach o wykładniku wymiernym
- sporządzić wykres i podać własności funkcji wykładniczej
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych
- rozwiązać graficznie układ dwóch równań, z których co najmniej jedno jest równaniem wykładniczym
- rozwiązać proste równanie wykładnicze
- rozwiązać prostą nierówność wykładniczą
- stosować w zadaniach wzór na logarytm iloczynu i ilorazu
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi
- stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu
- sporządzić wykres i podać własności funkcji logarytmicznej
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych
- rozwiązać proste równanie logarytmiczne
- rozwiązać prostą nierówność logarytmiczną

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na stopień dobry (4) lub bardzo dobry (5) uczeń potrafi:**

- porównywać potęgi o wykładnikach wymiernych
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym
- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej
- rozwiązać równanie wykładnicze metodą podstawiania
- rozwiązać równanie logarytmiczne metodą podstawiania
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zadaniach z parametrem

- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zadaniach na dowodzenie

**Na poziomie wymagań wykraczających – na stopień celujący (6) uczeń potrafi:**

- porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych
- udowodnić prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym
- rozwiązać równanie wykładnicze (logarytmiczne) z parametrem
- zaznaczać w układzie współrzędnych zbiory rozwiązań równań i nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi
- udowodnić wzór na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i zamianę podstawy logarytmu

## 5. CIĄGI

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- narysować wykres ciągu
- odczytać z wykresu własności ciągu
- wyznaczyć kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
- rozpoznać ciąg arytmetyczny
- obliczyć  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę lub pewne dwa wyrazy
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów
- obliczyć sumę  $n$  początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
- rozpoznać ciąg geometryczny
- obliczyć  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz
- wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
- obliczyć sumę  $n$  początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami  $a_{n-1}, a_n, a_{n+1}$  ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- wyznaczyć wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu
- obliczyć granicę ciągu z wykorzystaniem granic ciągów typu  $\frac{1}{n}$ ,  $\frac{1}{n^2}$
- stosować twierdzenie o działaniach na granicach ciągów zbieżnych
- wyznaczyć granicę niewłaściwą ciągu
- stosować twierdzenie o własnościach granic niewłaściwych ciągów rozbieżnych
- rozpoznać szereg geometryczny zbieżny i obliczyć jego sumę
- rozwiązać zadanie tekstowe dotyczące szeregu geometrycznego zbieżnego

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na stopień dobry (4) lub bardzo dobry (5) uczeń potrafi:**

- zbadać monotoniczność ciągu
- określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami  $a_{n-k}, a_n, a_{n+k}$  ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- stosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
- obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
- obliczyć wysokości rat malejących
- porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu
- obliczać granice ciągów (właściwe i niewłaściwe) z zastosowaniem definicji
- rozwiązać zadanie z geometrii z wykorzystaniem szeregu geometrycznego zbieżnego
- rozwiązać równanie (nierówność) z wykorzystaniem szeregu geometrycznego zbieżnego

**Na poziomie wymagań wykraczających – na stopień celujący (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- udowodnić wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyprowadzić wzór na wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) w systemie procentu składanego
- badać własności ciągów, będących złożeniami innych (np.  $2^{a_n}$ , gdzie  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym)
- udowodnić twierdzenie o działaniach na granicach

**Stopnie semestralne oraz końcoworoczne są średnimi ważonymi stopni z zakresu podstawowego oraz rozszerzonego, odpowiednio z wagami 3 i 2.**

*W oparciu o program wydawnictwa Nowa Era Prosto do matury  
przygotowała Iwona Rynkowska.*